Programme de colle n°7

semaine du 9 au 13 novembre

Notions vues en cours

Chapitre 9 – Équations différentielles

- ED : définition, ordre, intervalle d'étude I, conditions initiales
- ED linéaire : définition, coefficient, second membre, équation homogène, forme résolue ou non résolue
- **ED linéaire du premier ordre** $y' + a(t)y = b(t)$ avec $a, b : I \to \mathbb{K}$ continues, méthode de résolution :
  - 0) Donnée de l'intervalle d'étude I
  - 1) Solution générale de l'ED homogène
  - 2) Solution particulière de l'ED avec 2nd membre, notamment par la variation de la constante
  - 3) Solution générale de l'ED avec second membre
  - 4) Vérification d'une éventuelle condition initiale
- Problème de Cauchy (linéaire d'ordre 1), théorème de Cauchy-Lipschitz (linéaire d'ordre 1)
- Vu en cours : raccord d'ED du premier ordre, les exercices de raccord devront être légèrement guidés...
- **ED linéaire du second ordre** $ay'' + by' + cy = d(t)$ avec $a, b, c \in \mathbb{K}$ et $d : I \to \mathbb{K}$ continue
  - 0) Donnée de l'intervalle d'étude I
  - 1) Solution générale de l'ED homogène (avec $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$)
  - 2) Solution particulière l'ED avec 2nd membre : la forme d'une solution particulière est à connaitre dans les cas d polynômial ou de la forme $t \mapsto e^{qt}$ avec $q \in \mathbb{K}$.
  - 3) Solution générale de l'ED avec 2nd membre
  - 4) Vérification éventuelle des conditions initiales
- Problème de Cauchy (linéaire d'ordre 2), théorème de Cauchy-Lipschitz (linéaire d'ordre 2)
- Principe de superposition pour traiter des seconds membres plus variés, comme $\cos(t)$ ou $\mathrm{sh}(t)$

Les questions de cours sont en page suivante

Questions Flash. Une question de cours sans démonstration choisie par l'examinateur, sur laquelle on doit passer un temps minimal. Cette question est choisie parmi celles de la page suivante (chapitres **6 à 8**, pas de chapitre 9 au programme).

Les questions flash sont en page suivante

Questions de Cours.

Exporter (LaTeX)

Q1 Calculer une intégrale de la forme $\int_a^b e^{\alpha x}\sin(\beta x)dx$ ou $\int_a^b e^{\alpha x}\cos(\beta x)$ avec $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ et $(\alpha,\beta)\neq(0,0)$. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
Chapitre 8, Exercice 8.19 (exemple d'application de la méthode, **l'exercice n'est numéroté que sur la version numérique du chapitre 8**)

Exporter (LaTeX)

Q2

- Calculer une intégrale de la forme $\int_A^B \frac{1}{ax^2+bx+c}dx$ avec $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme ax^2+bx+c a un discriminant nul. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
  Chapitre 8, Exercice 8.20 (exemple d'application de la méthode **l'exercice n'est numéroté que sur la version numérique du chapitre 8**)
- Calculer une intégrale de la forme $\int_A^B \frac{1}{ax^2+bx+c}dx$ avec $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme ax^2+bx+c a un discriminant strictement négatif. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
  Chapitre 8, Exercice 8.21 (exemple d'application de la méthode **l'exercice n'est numéroté que sur la version numérique du chapitre 8**)

Exporter (LaTeX)

Q3 Calculer une intégrale de la forme $\int_A^B \frac{1}{ax^2+bx+c}dx$ avec $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme ax^2+bx+c a un discriminant strictement positif. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
Chapitre 8, Exercice 8.22 (exemple d'application de la méthode **l'exercice n'est numéroté que sur la version numérique du chapitre 8**)

Chapitre 8 – Primitives et intégrales

- Donner une primitive de $\dfrac{u'}{u}$. En déduire une primitive de $\dfrac{1}{x} \times \dfrac{1}{\ln x}$.
- Donner une primitive de $u'u^\alpha$ avec $\alpha \neq -1$. En déduire une primitive de $\operatorname{sh} x \times \dfrac{1}{\operatorname{ch}^n x}$.
- Donner une primitive de $u'u^\alpha$ avec $\alpha \neq -1$. En déduire une primitive de $\cos x \sqrt{\sin x}$.
- Donner une primitive de $u'(ax+b)$ avec $a \neq 0$ et $b \in \mathbb{R}$. En déduire une primitive de $\tan(2x+3)$.
- Si F est une primitive d'une fonction f sur un intervalle I, quelles sont toutes les primitives de f sur I ?
- Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.
- Donner la définition d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.
- Soit $a \geqslant 0$. Que peut-on dire de $\displaystyle\int_{-a}^{a} f$ si f est impaire ? et si f est paire ?

Chapitre 7 – Fonctions usuelles

- Énoncer le théorème de la bijection monotone. On pourra en faire tout ou partie oralement...
- Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction bijective. Quelles sont les hypothèses à vérifier pour affirmer que f^{-1} est dérivable en y ? Que vaut alors $(f^{-1})'(y)$?
- Soit $x, y \in \mathbb{R}$. Exprimer x^y avec des fonctions usuelles. Pour quelles valeurs de x et de y est-ce que cela a un sens ?
- Énoncer les croissances comparées en $+\infty$
- Quels sont les ensembles de départ et d'arrivée de arcsin ? et de arccos ?
- Pour quelles valeurs de x a-t-on $\arcsin(\sin x) = x$? Et $\sin(\arcsin x) = x$?
- Pour quelles valeurs de x a-t-on $\arccos(\cos x) = x$? Et $\cos(\arccos x) = x$?
- Donner les dérivées de $\arccos x$ et de $\arctan x$.
- Quels sont les ensembles de départ et d'arrivée de arctan ? et de th ?
- Donner deux expressions de la dérivée de $\operatorname{th} x$.

Chapitre 6 – Rappels et compléments sur les fonctions réelles

- Soit f et g deux fonctions de D dans $\mathbb{R}$. Que signifie $f \leqslant g$?
- Soit f et g deux fonctions dont on note D_f et D_g les ensembles de définitions. Que doit vérifier un réel x pour que $(g \circ f)(x)$ ait un sens ?
- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner la définition de "f est croissante". Oralement : et pour "f est strictement croissante" ?
- Si f est croissante et g est décroissante, quelle est la monotonie de $g \circ f$? Et si f et g sont toutes deux décroissantes ?
- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner la définition de "f est majorée"
- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner une caractérisation en termes de quantificateurs de "f est bornée"
- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner la définition de "f admet un minimum en a"
- Donner la définition de "f est continue en a"
- Donner la définition de "f est dérivable en a"
- Donner deux formules de dérivation (au choix de l'examinateur)

Annexe : code LaTeX des exercices à copier-coller

Retour en arrière

Contenu reproduit (merci de me le signaler s'il y a un bug !)

```
Calculer une intégrale de la forme $\int_{a}^{b}e^{\alpha x}\sin(\beta x)dx$ ou
    $\int_{a}^{b}e^{\alpha x}\cos(\beta x)$ avec $\alpha ,\beta\in\mathbb{R}$ et
    $(\alpha ,\beta )\neq(0,0)$. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
```

Retour en arrière

Contenu reproduit (merci de me le signaler s'il y a un bug !)

```
\begin{itemize}
\item Calculer une intégrale de la forme $\int_{A}^{B}\frac{1}{ax^{2}+bx+c}dx$ avec
    $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme $ax^{2}+bx+c$ a un
    discriminant nul. Les valeurs exactes seront choisies par l'examinateur.
\item Calculer une intégrale de la forme $\int_{A}^{B}\frac{1}{ax^{2}+bx+c}dx$ avec
    $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme $ax^{2}+bx+c$ a un
    discriminant strictement négatif. Les valeurs exactes seront choisies par
    l'examinateur.
\end{itemize}
```

Retour en arrière

Contenu reproduit (merci de me le signaler s'il y a un bug !)

```
Calculer une intégrale de la forme $\int_{A}^{B}\frac{1}{ax^{2}+bx+c}dx$ avec
    $A,B,a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ lorsque le polynôme $ax^{2}+bx+c$ a un
    discriminant strictement positif. Les valeurs exactes seront choisies par
    l'examinateur.
```